

基于多目标规划模型对 PCI 分配与规划问题最优方案的求解

邵晓彤

(辽宁工程技术大学, 电子与信息工程学院, 125105, 2911599889@qq.com)

摘要: 物理小区识别码 (PCI) 规划是移动通信网络中下行链路层上, 对各覆盖小区进行合理配置的一种规划, PCI 的合理配置对于减少物理层小区间的互相干扰 (ICI), 增加物理下行控制信道 (PDCCH) 的吞吐, 对基站小区覆盖边缘的用户和发生信号切换的用户, 能进行有效的降低信号干扰, 提升用户体验, 本文将通过多种模型与算法对 PCI 进行合理配置, 以降低 PCI 冲突, PCI 混淆与 PCI 模 3 干扰对于下行网络 ICI 的影响, 更好地提升基站小区边缘用户的体验。本文中将通过构建数学模型对 2067 个小区的 PCI 进行重分配与规划, 使得这些小区之间的冲突 MR 数, 混淆 MR 数和模 3 干扰 MR 数的总和值最小。先对我们利用 python 爬虫采集到的 2067 个小区的 PCI 数据等进行筛选与分类, 随后进行数据的预处理, 根据数据预处理结果我们使用多目标规划模型来对数据进行分析处理, 其中我们使用了蒙特卡洛算法与遗传算法来对该模型进行求解, 最后对模型进行灵敏度分析, 确定灵敏度关系, 最终确定最佳方案。

关键词: 多目标规划模型; 蒙特卡洛算法; 遗传算法; 灵敏度分析

引言

物理小区识别码 (PCI) 是 LTE 中终端一种区分不同小区的无线信号, 它直接决定每个小区使用的主同步信号以及参考信号的位置, 是终端开机或初始接入小区时识别的第一个网络侧信息。PCI 规划是移动通信网络中下行链路层上, 对各覆盖小区编号进行合理配置, 同时也对减少物理层的小区间互相干扰 (ICI), 增加物理下行控制信道 (PDCCH) 的吞吐量, 降低基站小区覆盖边缘用户与发生信号切换的用户信号干扰, 合理利用有限的 PCI 资源对移动智能终端设备顺利完成网络的接入和切换有着重要影响。现实组网不可避免要对 PCI 进行复用, 而错误的配置方法将导致下行网络的 ICI 显著增加, 使得网络质量被严重降低。针对 PCI 资源数量有限和 PCI 分配复用过程复杂的问题, 为避免影响终端正确同步和解码正常服务小区的等频信道, 必须对 PCI 资源的合理配置问题进行全方面考虑, 于是在进行 PCI 规划时, 为了降低 ICI, 就要综合性考虑同频邻区的 PCI 冲突, PCI 混淆, PCI 模 3 干扰等实际问题。而 MR 数据的冲突、混淆和模 3 干扰的数量作为反映网络中 PCI 的重要指标之一, 故研究最小化冲突、混淆和模 3 干扰 MR 数的总和, 对高效分配和复用 PCI 资源, 有效提升 PCI 分配的时间效率, 提升用户体验具有重要意义。首先本文将频点相同的小区筛选出来, 找出他们的三组 MR 数据, 找出 PCI 相同的小区, 算出他们冲突矩阵与干扰矩阵转置方阵的 MR 数据, 最后找出 PCI 模 3 相同的数据, 算出他们混淆矩阵的转置方阵的 MR 数据, 最后通过建立多目标规划模型, 将多目标加权合成单目标, 以遗传算法为框架, 多目标优化问题优化思路, 构建 PCI 自配置算法的框架, 最后对模型进行了灵敏度分析确定出最适合的算法, 从而得到 MR 数最少的 PCI 分配方法。

1 多目标规划模型的建立

多目标规划模型是多目标决策的重要内容之一, 在进行多目标决策时, 带有多个约束条件和有界约束的多目标规划的一般形式如下:

$$\min f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)]^T \quad (1)$$

$$s. t. \begin{cases} g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p, \\ h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, q, \end{cases} \quad (2)$$

其中, 上式为决策变量: $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$ 为目标函数, $s. t.$ 函数为约束条件, 记为:

$$\sigma = \{x | g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p; h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, q\} \quad (3)$$

称 σ 为多目标规划的可行域 (决策空间), $f(\sigma) = \{f(x) | x \in \sigma\}$ 为多目标规划问题的像集 (目标空间)。

本文中, 我们令小区数量的变量为 i, j, k 令冲突 MR 数为 x_1 , 令干扰 MR 数为 x_2 , 令混淆 MR 数为 x_3 , 同时我们定义出如下决策变量为冲突 MR 数的矩阵:

$$A = [a_{ij}]_{M \times M} \quad (0 < i \leq 2067, 0 < j \leq 1007) \quad (4)$$

同时可得混淆 MR 数的矩阵与干扰 MR 数的矩阵。得到如下模型:

$$\min F(x) = x_1 + x_2 + x_3 \quad (5)$$

$$\min F'(x) = F(x) + a_{ji} + b_{ji} \quad (6)$$

$$\min F''(x) = F(x) + c_{ji} \quad (7)$$

$$s. t. \begin{cases} x_1 = a_{ij}, x_2 = b_{ij}, x_3 = c_{ij} \\ 0 < PCI \leq 1007 \\ i + j + k \leq 2067 \end{cases} \quad (8)$$

2 多目标模型的求解

多目标模型的求解可以通过理想点法来实现。该方法的核心思想是将每个单目标最优值作为目标理想值, 通过使每个目标函数值与其对应的理想值的差的加权平方和最小化来实现多目标优化。具体的步骤如下:

第一步: 计算每个目标函数的理想值, 然后将每个目标函数作为一个单目标规划问题, 求解这些单目标规划问题的最优值。

$$f_i^* = \min_{x \in \Omega} f_i(x), i = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

第二步, 构造每个目标与理想值的差的加权平方差, 做出评价函数:

$$\sum_{i=1}^m w_i (f_i(x) - f_i^*)^2 \quad (10)$$

其中, 权重通常进行归一化处理, 满足 $w_i \geq 0, \sum_{i=1}^m w_i = 1$.

第三步, 求评价函数的最优值:

$$\min_{x \in \Omega} \sum_{i=1}^m w_i (f_i(x) - f_i^*)^2. \quad (11)$$

该方法通常需要 $m + 1$ 个单目标规划, 便于计算, 上述公式可以改写成:

$$\min_{x \in \Omega} \sum_{i=1}^m (f_i(x) - f_i^*)^2. \quad (12)$$

根据我们定的优先级, 我们对下列数据进行加权处理: 由于三个参数加权处理较为困难, 本文中我们将冲突 MR 数与模 3 干扰 MR 数的权重定义为一个整体的权重 w_1 , 将混淆 MR 数的权重定义为 $1 - w_1$, 将权重带入, 得到单目标函数如下所示:

$$f = w_1 a_{ij} + s_1 b_{ij} + (1 - w_1 - s_1) c_{ij} \quad (13)$$

本文中我们设立了三个单目标规划, 利用 MATLAB 求出 MR 数后求和, 求出评价函数的最优值。

3 模型求解算法

PCI 规划属于典型的多目标优化问题，多目标问题中，每个目标之间是互斥的，不可能达到最优的情况。多个目标的权值分配问题是现在的研究热点。我们使用蒙特卡洛模拟与多目标遗传算法来对本文中的目的函数进行求解。

3.1 蒙特卡洛模拟算法

蒙特卡洛算法的中心思想为，遇到无法完全肯定的情景求解时，要进行大量的“试验”，通过多次尝试，将结果进行统计，从而对该问题发生的大小的可能性得到一个无限接近的值。本题中的三个 MR 数之间关联性不大，不易做出完全靠肯定的判断，因此选用此方法来对三个 MR 数权重进行计算。设 $x(k)$ 为系统的状态变量， $z(k)$ 为系统的观测信息，数学模型如下所示：

$$x(k) = f_k(x_{k-1}, v_{k-1}) \quad (14)$$

上式为状态转移方程， f_k 代表的是这个方程的转移函数， v_{k-1} 表示的是这个情景中噪声的大小，当下所指 k 时刻的状态只和 $k-1$ 时刻的状态存在联系。观测方程为：

$$z_k = h_x(x_k, n_k) \quad (15)$$

其中的 h_x 是观测函数， n_k 为观测噪声，结合以上公式，通过观测信息得到的状态转移方程的估计值和系统状态的值，设 $X_k = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_k\}$ 是系统状态的估计值集合，系统的观测值集合表示为 $Z_k = \{z_0, z_1, z_2, \dots, z_k\}$ ，每一个时刻的观测信息都是互相独立的，由 $p(x_k | X_{k-1}) = p(x_k | x_{k-1})$ 可以得到 $p(z_k | x_k)$ 。

我们通过蒙特卡洛算法得到三个 MR 数的大致权重的计算结果如下所示：从冲突 MR 数据集 a_{ij} ，混淆矩阵的 MR 数据 b_{ij} ，集合模 3 干扰 MR 数据集 c_{ij} 的后验概率分布 $p(x_k | z_k)$ 中随机选取独立并且分布相同的序列，令 MR 数据集为 $\{x_k^i, i = 1, 2, \dots, n\}$ ，那么后验概率分布表示如下：

$$\hat{p}(X_k | Z_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{x_k^i}(dX_k) \quad (16)$$

是狄拉克函数，对于任意函数的数学期望可以表示为：

$$E(f(X_k)) = \int f(X_k) p(X_k | Z_k) dX_k \quad (17)$$

它的近似值可表示为：

$$\overline{E(f(X_k))} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_k^i) \quad (18)$$

通过大数定理，如果 $N \rightarrow \infty$ ，可得 $\overline{E(f(X_k))}$ 绝对收敛于 $E(f(X_k))$ 。

通过上述介绍，蒙特卡洛方法是利用特定的概率模型产生随机序列模拟过程，根据实际概率规律进行抽样实验，得到预测统计参数，利用该模型多次统计实验，最终转化为所求问题的解。本文中，我们利用此方法得出大致的三个 MR 数据的权重。

3.2 遗传算法

遗传算法源自自然界中的优胜劣汰规律，具有出色的全局搜索能力，能够避免陷入局部最优解的问题，并能维持种群的多样性。这种算法在路径寻找、资源分配等多个领域有着广泛的应用。遗传算法主要由以下几个关键步骤构成：初始化编码、适应度计算、个体变异和交叉操作。

遗传算法步骤如下：

第一步：种群初始化：将数据中的小区分为两种小区：PCI 锁定小区和 PCI 可调整小区，PCI 锁定小区是指在遗传算法运行过程中始终不能改变其 PCI 的小区，PCI 可调整小区则是可以通过遗传算法动态调整 PCI 的小区，主要是发生干扰的小区 and 周围的邻近小区。本文中的 2067 个小区均默认为可调整小区。

第二步：个体自适应度计算：在本文 PCI 分配优化多目标模型中的主要目标为求出冲突，混淆，模 3 干

扰的 MR 数的最小和，其中可分为三个分目标：冲突 MR 数的最小值，混淆 MR 数的最小值，模 3 干扰的 MR 数最小值，本文基于 Pareto 优生关系策略对个体进行适应度计算，首先定义出三者 MR 数对于总和的优胜级别：

$$\text{Level}(\text{MR}, \text{sum}) = \text{冲突 MR 数} > \text{混淆 MR 数} > \text{模 3 干扰 MR 数} \tag{19}$$

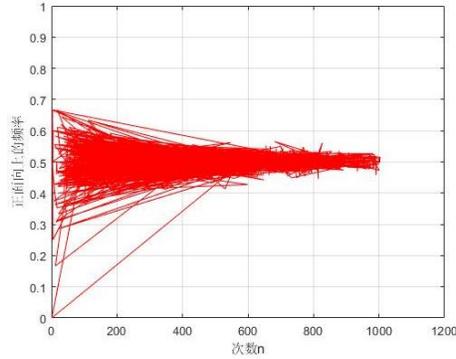


图 1 蒙特卡洛模拟算法正面向上频率图

然后，考虑三个 MR 数对于整体 MR 总和的影响程度，若影响程度较小，则总和对每个 MR 的区分度越弱，相应的 level(MR,sum)在个体适应度中的影响权重就越小，所以，定义 MR 数在总和的生存空间为：

$$S = \frac{\sum_{i=1}^{\text{targetNum}} (\max(\text{obj}[i]) - \min(\text{obj}[i]))^2}{\text{populationSize}} \tag{20}$$

计算所有个体在目标上的最大最小值的平方，目标的权重为：

$$w(i, t) = \frac{1}{1 - \sum_{j=0}^{\text{populationSize}} \text{Distance}(i, j) / S} \tag{21}$$

所以个体的适应度计算公式为：

$$\text{fitness}(i) = \sum_{i=0}^{\text{targetNum}} \text{level}(i, t) * w(i, t) \tag{22}$$

本适应度算法从个体在单个目标上的表现以及多个目标之间的权重关系两个方面进行设计，能够体现出个体在种群上的总体优劣程度。

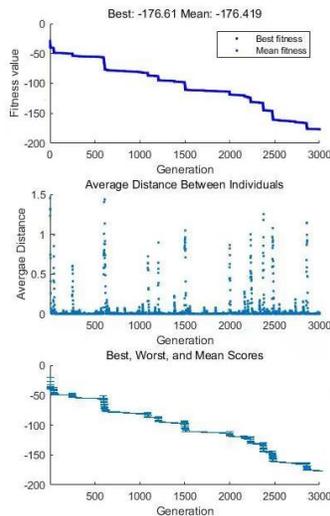


图 2 遗传算法图

第三步：交叉操作：交叉操作为单点交叉，对于选定的小区的冲突 MR 与干扰 MR 数在遗传算法中，交叉操作是一种重要的遗传算子，它通过交换两个父代个体的部分基因来创造新的子代。具体的，我们可以随机选取一个交叉点，然后交换这两个父代在这个交叉点之前和之后的基因。这样，我们就可以得到一个新的子代个体，它的基因由第一个父代的前 t 个基因和第二个父代的后 102-t 个基因组成。另一个子代的基因则由第二个父代的前 t 个基因和第一个父代的后 102-t 个基因组成。

第四步：构造优胜集：在多目标遗传算法中，构造优胜集时最关键的一步。这里使用 Pareto 优胜集构造法，在每一代进化过程中，通过 Pareto 选择优胜个体，加入到优胜集中并淘汰受支配的个体（受支配即适应度较小）。本文优胜集构造流程如下所示：优胜集 ParetoSet 为空，第一次进化计算个体的适应度，排序后生成 populationSize 个个体的初始 ParetoSet 做归并排序，取前 populationSize 个个体作为新的 ParetoSet。

第五步：算法终止条件：终止条件一般为两个：一个是最大迭代次数，另一个是多个目标都满足进化要求，在本题中得出 MR 权重的最优解为：冲突 MR 数权重为：0.4，混淆 MR 数权重为：0.35，模 3 干扰权重为：0.15。

4 模型的灵敏度分析

灵敏度分析是一种研究模型输出变化对于变量敏感程度的方法，成为了多目标优化研究的基础，本题中我们改变了三个 MR 数的权重的大小，然后观察对结果的影响，由于三者的和为 1，所以这里仅改变冲混淆 MR 数的权重。下面是 MATLAB 所绘制的灵敏度分析图象：

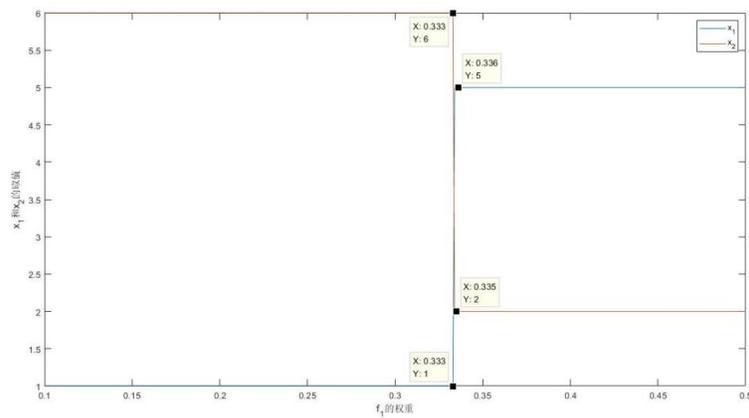


图 3 多目标优化模型灵敏度分析 1

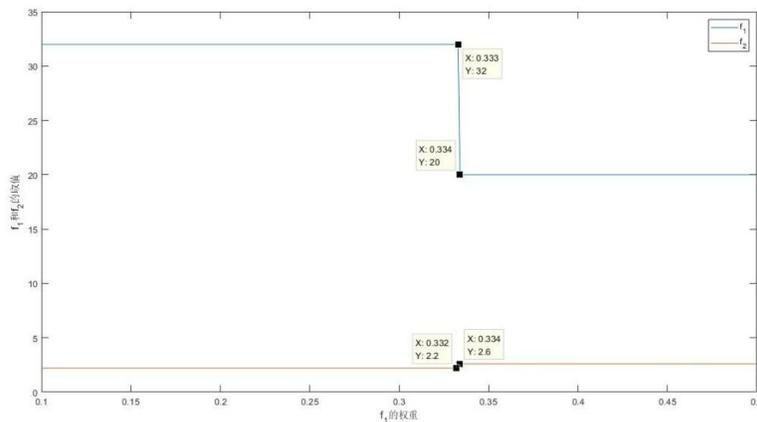


图 4 多目标优化模型灵敏度分析 2

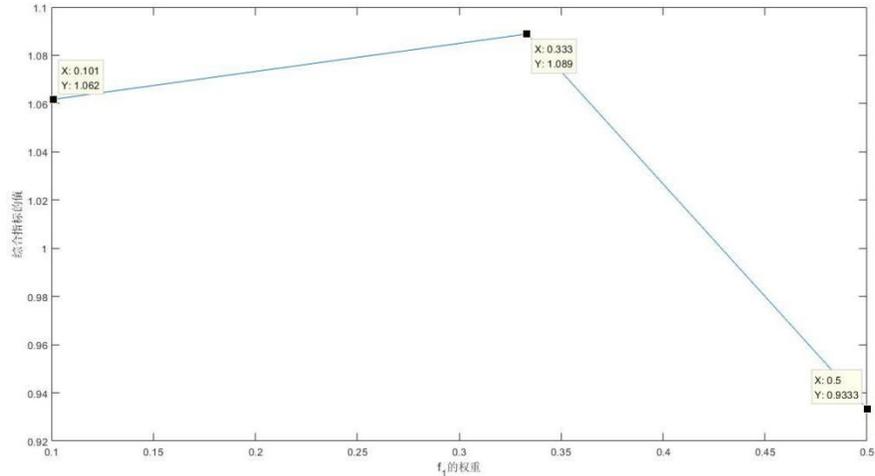


图 5 多目标优化模型灵敏度分析 3

通过上述图形我们可以看出， w_1 转折点为 0.333-0.334，当 w_1 小于这个权重时， $x_1 = 1, x_2 = 6$ ，当 w_2 大于这个权重时， $x_1 = 2, x_2 = 5$ ，其主要原因是：当 w_1 权重越小，混淆 MR 数的优先级越大，冲突 MR 数与模 3 干扰 MR 数较小时，混淆 MR 数就会随之增大，可以通过调大前者的权重进行解决。

参考文献

- [1] 刘濛.异构蜂窝网络中物理小区识别码分配方案的研究[D].北京工业大学,2020.DOI:10.26935/d.cnki.gbjgu.2020.001021.
- [2] 周琪.某地市 LTE 网络 PCI 规划设计与实现[D].电子科技大学,2020.DOI:10.27005/d.cnki.gdzku.2020.004895.
- [3] 余安阳.LTE 网络物理小区标识自配置机制的研究与实现[D].北京邮电大学,2016.
- [4] 陈师聪,章政,黄卫华,等.基于 NSGA-II 算法的阵元间距多目标优化[J].传感器与微系统,2024,43(04):128-131.DOI:10.13873/J.1000-9787(2024)04-0128-04.
- [5] 田燧,张培,舒仕海,等.基于 AHP-TOPSIS 评价模型的保护层优选[J].采矿技术,2024,24(01):220-226.DOI:10.13828/j.cnki.ckjs.2024.01.030.
- [6] 彭雪梅,刘夫云,孙永厚,等.基于熵权-改进 TOPSIS 法的驾驶室多目标优化[J].机械设计,2023,40(11):122-127.DOI:10.13841/j.cnki.jxsj.2023.11.029.
- [7] 方凯鹏.基于蒙特卡洛的移动传感器网络定位优化算法研究[D].湘潭大学,2022.DOI:10.27426/d.cnki.gxtdu.2022.001929.